閃き、時代、ときめき、青春

数学者は数学の問題を解く。受験生も数学の問題を解く。しかし、両者の「問題」の概念には雲泥の差がある。数学者は、誰かが答えを知っている問題を解いても業績にならない。受験生は、競争率が n 倍ならば n 人に一人以上の受験生が解ける問題を完璧に解けば合格圏内に入る。受験生向けの問題集は巷間に流布しているが、数学者向けの誰も答えを知らない問題が載っている問題集は存在しない。数学者の独創性とは、誰も答えを知らないけれども、自分自身は解くことができる問題を探す、というよりも「創る」ことである。

筆者は名古屋市立向陽高校を 1975 年に卒業した。ごく普通の公立高校であったが、数学の学習進度は早く、高校２年生の３月には（現行の）数学 IAIIBIII の殆どを終えていた。数学者に憧れを抱いたのは高校２年生の１２月だったと記憶している。数学者になることを目指し、名古屋大学理学部を第一志望としたが、その道のりは遥か遠く感じられた。

受験数学は 1960 年代後半から徐々に難化し、その難化のピークは 1970 年代前半、ちょうど筆者の受験時代である。高校３年生の５月に受験した全国模試では、数学は 200 点満点の 40 点ほどに留まり、偏差値は 50 を切った。名古屋大学理学部はＥ判定であった。筆者が受験生の 1970 年代、多くの入試問題集が出版されていたがいずれも僅か数ページの「略解」しか掲載されていなかった。そのような「略解」だと、計算問題は答だけが掲載され、証明問題は殆ど「略」となっていた。従って、数学の入試問題は独力で解かなければならず、解けるまで徹底的に考えた。最近の数学の入試問題集には、分厚い丁寧な解答が付いているが、そのような丁寧な解答があることは、解けるまで徹底的に考える精神力を鍛えることを阻害し、その結果として「解けた！」という感動に浸る貴重な機会を奪っているのではなかろうか。悪戦苦闘しながらも、一瞬の閃きで解けたときに味わうことの出来る深い感動は、数学の探究において不可欠なものである。

かつて、拙著『可換代数と組合せ論』（1995 年）を執筆したとき、証明の細部の面倒な箇所は省いて「問」とした。その「問」の「ヒントと略解」は掲載しなかったが、出版社から、「ヒントと略解」があると、読者が自習するのを助け、売れ行きにも影響があるといわれ、「ヒントと略解」を追加した。その経験を踏まえ、Jürgen Herzog との共著の単行本 “Monomial Ideals”（2011 年）を執筆した際には、簡単な補題の殆どを Exercise とし、詳細な解答を記載した。すると、出版社から、Exercise の解答が載っていると、欧米の大学では講義のテキストとして採用されないため、解答は載せないで欲しい、と言われてしまった。欧米の大学の講義では、Exercise を課し、受講生がそれをレポートとして提出するから、テキストの Exercise に解答

が載っていると、講義する教員は、わざわざ Exercise を別に準備しなければならない、という事情がある。しかし、Exercise の解答を削除すると、証明の載っていない補題が氾濫することとなってしまう。結局、Exercise は補題とし、解答は証明として本文に戻した。そうなると、Exercise の殆どが消滅したので、練習問題らしい練習問題を作って Exercise とし、ヒントも略解も載せなかった。たかが「略解」、されど「略解」である。

高校３年生の夏休みの直前、受験数学の参考書を何か一冊仕上げようと、書店で参考書選びをした経験がある。その時、どの参考書を眺めても欠点が目についた。この参考書には〇〇が載っていない、あの参考書には△△が載っていない、という具合である。結局、旺文社の分厚い大学入試問題正解（通称「電話帳」）を購入し、それをひたすら解いた。入試問題の練習を始めてから３ヶ月ほどになっていたから、極端な難問を除くとあまり苦労をしなくても解けるようになった。自分で納得できる答案を作ることが出来れば、もはや模範解答は読まない。不思議なことに、自分の納得できる解答が万が一にも誤っているという不安は持ったことがない。 そのうち、単に入試問題を解くだけでは物足りなく感じるようになり、入試問題を次々に改題して難問に仕上げ、それを解く楽しみを味わうようになった。そうすると、巷に氾濫する受験参考書に欠落している項目を補うことができる。結局、自分が最も信頼できる参考書を自分で作ったことになる。数学者である自分にとって、入試問題を改題する経験は受験勉強の貴重な財産である。

高校３年生の秋には様々な模試を受けたが、数学と物理はどの模試でも偏差値は７５を越えるようになった。そして１１月、名古屋大学理学部がＢ判定になった。「現役の受験生はＢ判定ならば合格できる」といわれていたので、その模試の成績がわかった瞬間、筆者は、なんとしても数学者になるのだ、と誓った。冬になって追い込みの時期になったが、筆者はひたすら自分が数学者になったら、という夢を追いかけて受験勉強に励んだ。４当５落（睡眠時間が４時間だと合格するが、５時間だと落ちる、ということ）という言葉が叫ばれた、受験戦争の時代であった。

１２月、名古屋大学の過去問演習を始めた。赤本は過去５年間の問題が掲載されていたが、同級生が５年前に出版された赤本を探してくれたので、過去１０年間の過去問を解くことが出来た。過去問を５０題も解くと、難易度だけではなく、出題における哲学のようなものを感じた。筆者が受験生の頃では、大昔の過去問を調べるには高校の図書室の古い問題集を探さなくてはならなかったが、現在ならば『過去問５０年』などが出版されているので、簡単に入手できるばかりか、インターネット上でも検索することができる。

そして、いよいよ3月5日、３日間にわたって行われた試験の最終日が数学であっ

た。その数学の第１問は

名古屋大学（1975）

次の (1), (2) を解答せよ。
(1) $\log_2 3$ と $\log_3 4$ の大小を比較せよ。
(2)（省略）

筆者は、第１問は文理共通問題に違いない、と思った。その思い込みが恐い。だから、(1) は数学 II の範囲だろうと考え、試行錯誤したが遂に解くことが出来なかった。試験が終了し、帰りの地下鉄に乗ったとき、突然、$f(x) = \log_x(x+1)$ の増減だ！と閃き、一瞬で解けた。試験場で閃いていれば！と悔やまれた。

筆者が受験生の頃は、国立一期、国立二期の時代である。二期校の入試まで２週間ほどあったが、脱力感で受験勉強をする気力が失せてしまった。そんな折、京都大学はどんな入試問題だったのかと調べてみると、その文理共通の第１問は

京都大学（1975）

あるスポーツ大会で、参加した n 個のチームは次の方法（リーグ戦形式）で順位を争う。すなわち、どのチームも他の各チームとそれぞれ１回ずつ試合を行い、勝ち数の大小によって順位をきめるものとする。今年の大会では、引き分けが１回も起こらず、また、同順位のチームがなかったという。このとき、どのチームもそれより下のチームには必ず勝っていることを証明せよ。

流石は京大と言うべきだろう、実に個性的な問題である。論証が重んじられた時代の傑作である。第 k 位のチームは n-k 勝 k-1 負になるから、第１位から順番に考えると、題意は証明できる。４０年後、筆者は、この問題を題材とし、『コミック 証明の探究 高校編！』（2014 年）のストーリーを作った。コミックでは、この問題の背理法による証明も紹介している。どのチームもそれより下のチームには必ず勝っているを否定し、下のチームに負けているチームが存在すると仮定し、. . . （略）

1980 年代。筆者が大学院生の頃、数学の潮流は抽象から具象へと変貌し、その後 1990 年代の計算機の爆発的な発展が具象化への追い風となった。筆者は抽象論を具象論に使う数学に魅せられ、広大な原生林とも思える未開拓な分野を自分の専門に選び、修士論文を執筆した。振り返ると、時代を読んでいたとも言えるが、純粋に魅力を感じたから当該分野を選んだだけである。それから１０年間、寝食を忘れて研究に励んだ。筆者が３０代になった頃から、その分野も流行の兆しが現れた。筆者はその流行を軌道に乗せ、４０代でひたすら業績を積み上げげながらひた走り、５０代で４億円の大型予算のプロジェクト研究を成功させた。大学院生時代から３０

余年を経て、ようやく当該分野を黎明期から牽引し、華やかな分野に押し上げた数学者になれたという喜びに浸ることができた。

　還暦を過ぎた頃から、数学者として５０年間は最先端を走り続けようと願うようになった。還暦を過ぎようとも、数学の研究をしている時のときめきと楽しみは、４５年前の受験数学をやっている時と全く同じである。数学をしている限り、筆者の心はいつまでも青春である。