

問題6

(1) 多項式 $(x^{100} + 1)^{100} + (x^2 + 1)^{100} + 1$ は多項式 $x^2 + x + 1$ で割り切れるか。

(2) 実数 x, y が $|x| \leq 1$ と $|y| \leq 1$ を満たすとき、不等式

$$0 \leq x^2 + y^2 - 2x^2y^2 + 2xy\sqrt{1-x^2}\sqrt{1-y^2} \leq 1$$

が成り立つことを示せ。