

問題 17

(1) 正の実数からなる数列 $\{a_n\}_{n=0}^{\infty}$ と正の実数 p がある。このとき

$$a_{n+1} > \frac{1}{2}a_n - p$$

を満たす番号 n が存在することを証明せよ。

(2) すべては 0 でない n 個の実数 a_1, a_2, \dots, a_n があり

$$a_1 \leq a_2 \leq \dots \leq a_n, \quad a_1 + a_2 + \dots + a_n = 0$$

を満たすとき、 $a_1 + 2a_2 + \dots + na_n > 0$ が成り立つことを証明せよ。