

問題18

$n$  を自然数とする。 $xy$  平面内の、原点を中心とする半径  $n$  の円の、内部と周をあわせたものを  $C_n$  であらわす。次の条件 (\*) を満たす1辺の長さが1の正方形の数を  $N(n)$  とする。

(\*) 正方形の4頂点はすべて  $C_n$  に含まれ、4頂点の  $x$  および  $y$  座標はすべて整数である。

このとき、 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{N(n)}{n^2} = \pi$  を証明せよ。